

# Öğrencilerin Problem Çözme ve Kurma Süreçlerindeki Başarı ve Matematiksel Düşünüşlerinin İncelenmesi <sup>1</sup>

**Doç.Dr. Ali Bozkurt**  
Gaziantep Üniversitesi-Türkiye  
alibozkurt@gantep.edu.tr

**Gülnür Karslıgil Ergin**  
Gaziantep Üniversitesi-Türkiye  
glnrke@gmail.com

## Özet:

Bu çalışmada öğrencilerin problem çözme ve kurma süreçlerindeki başarı matematiksel düşünüşleri incelenmiştir. Araştırmada tarama yöntemi kullanılmıştır. Veri toplama aracı olarak ikisi problem çözme, biri problem kurmayı gerektiren toplam üç sorudan oluşan bir form kullanılmıştır. Araştırmanın örneklemini 150'si ilkokul 4, 150'si ortaokul 5 ve 150'si ise ortaokul 6. Sınıf olmak üzere toplam 450 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler nitel olarak analiz edilmiştir. Araştırmanın bulgularına göre katılımcıların büyük çoğunluğunun çözüm stratejilerini doğru belirleme ve problemi çözme konusunda yeterli olmadıkları görülmüştür. Ancak sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin problem kurma ve çözme konusunda yeterliklerinin arttığı ortaya çıkmıştır. Bu yeterliklerin artması için öğretmenlerin daha çok problem çözme ve kurma çalışmalarına yer vermeleri gerekmektedir.

**Keywords:** Problem çözme, problem kurma, matematiksel düşünme, çözüm stratejileri, çözüm temsilleri



**E-Uluslararası Eğitim  
Araştırmaları Dergisi,**  
Cilt: 9, Sayı: 3, 2018, ss. 1-33

**DOI: 10.19160/ijer.393529**

Gönderim : 12.02.2018  
Revizyon 1: 15.08.2018  
Kabul : 12.09.2018

## Önerilen Atıf

Bozkurt, A. & Karslıgil Ergin, G. (2018). Öğrencilerin Problem Çözme ve Kurma Süreçlerindeki Başarı ve Matematiksel Düşünüşlerinin İncelenmesi *E-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, Cilt: 9, Sayı: 3, 2018, ss. 1-33, DOI: 10.19160/ijer.393529

<sup>1</sup> İkinci yazarın Gaziantep Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü bünyesinde tamamladığı *Öğrencilerin Problem Çözme ve Kurma Süreçlerindeki Matematiksel Düşünmelerinin İncelenmesi* isimli yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

## GİRİŞ

Problem, çözüm bekleyen herhangi bir durum iken; çözüm, farklı fikirler veya olası çözümler arasında seçim yapma eylemidir (Schoenfeld, 1992). Etkili problem çözme problemin doğru tanımlanması, ilgili bilgilerin toplanması, çözüm seçeneklerinin belirlenmesi ve en uygun olan seçeneğin seçilerek uygulanması ile gerçekleşmektedir (Kuzgun, 1992). Lester (1994) matematik problemlerini çözme becerisinin çok uzun bir süre içerisinde yavaş yavaş geliştiğini vurgulamakta ve problem çözmenin basit işlemleri hatırlama veya iyi öğrenilmiş süreçlerin uygulamasından daha fazlasını içerdiğini belirtmektedir.

Matematik öğretimi, sadece bir konuya dair temel bilgilerin öğretimine yönelik birçok örnek çözmek ya da öğretmenin açıkladığı yöntemleri tekrar etmek değildir. Aynı zamanda gerçek anlamda problem çözmeye dair yöntem geliştirmek, geliştirilen yöntemleri uygulamak ve bu uygulamaların sonuca götürüp götürmediğini kontrol etmektir (Bozkurt, 2010; Van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2012). Problem çözmek için uygulanabilecek belli bir çözüm yolu bulunmamaktadır (Santos-Trigo, 1996). Her problem için farklı bir çözüm yolu gerekebilir. Ancak Polya'nın (1973) problemi anlama, plan yapma, planı uygulama ve değerlendirme olmak üzere dört aşamadan oluşan problem çözme adımları yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bir problemi çözmek için uygun stratejinin seçimi, problemi anlamaya ve stratejileri tanımaya bağlıdır. Herhangi bir problemin çözümü için bazen bir, bazen birkaç strateji birlikte kullanılabilir (Gür ve Hangül, 2015). Literatürde şema çizmek, liste hazırlamak, tahmin ve kontrol etmek, bölmek ve yönetmek, sondan başlamak, örüntü aramak gibi çeşitli problem çözme stratejilerine rastlamak mümkündür (Altun, 2014). Öğrenciler, daha önce görmedikleri türde bir problemle karşı karşıya kaldıklarında, çözüme gitmek için problemi parçalara ayırma, bir şekil çizme, benzer basit problemlerden yararlanma ve çözümü kontrol etme gibi süreçleri kullanmada sıkıntı yaşamaktadırlar. (Altun ve Arslan, 2006). Öyle ki bir problemle karşılaştıklarında probleme bir göz atıp, sayılara uygulanması gereken işlemleri çabucak uygulayıp sonucu bulma eğilimi göstermektedirler.

Matematik derslerinde temsillerin kullanımı, matematiksel yeterliliğin önemli bir parçasıdır ve matematiksel bilginin farklı temsil çeşitleriyle ifade edilebilmesi öğrenmede bir zenginlik olarak değerlendirilmektedir (Van De Walle ve ark., 2012). Farklı temsillerin kullanılması ve bu temsiller arasındaki (grafikler, tablolar, cebirsel ve sözel temsiller vb.) geçişlerin sağlanabilmesi, kavramsal anlamının önemli bir göstergesi olarak kabul edilmektedir (Harries ve Barmby, 2006; Işık, Işık ve Kar, 2011). Ayrıca bu durum İlköğretim Matematik Programı'nda da (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2005) alana özgü beceriler içerisinde "matematiksel kavram, işlem ve durumların farklı temsil biçimlerini ilişkilendirir, farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapar" şeklinde ifade edilmektedir. Yine öğretim programında, öğrencilerin matematikle uğraşma süreci ve sonrasında sözlü anlatım, yazılı ifade, resim, grafik ve somut modellerden yararlanmasının büyük önem taşıdığı belirtilmekte ve öğretmenlerinde bu süreçte öğrencilerinin düşüncelerini açıklayabilmesi, tartışabilmesi ve yazıyla anlatabilmesi için sınıf ortamlarını oluşturmanın gerekliliğinin altı çizilmiştir. Bu çerçeveden bakıldığında, derslerde sadece problemlerin çözümünde görsel temsillerin kullanımına değil, aynı zamanda görsel temsillere yönelik problem kurma etkinliklerine de yer verilmesi bu becerilerin edinilmesinde yardımcı olması beklenmektedir.

Matematik eğitiminde temsillere verilen önem ve yapılan vurgulamalar temsil kullanımının karmaşık olduğunu göstermiştir (Cuoco, 2001). Ayrıca her bir temsil türü ilgili kavramın çoğu zaman yalnızca bir yönüne vurgu yaptığından temsillerin sınırlılıkları vardır (İpek ve Okumuş, 2012). Bu yüzden yapılan araştırmalarda (Cuoco, 2001; Kaput, 1992) değişik temsillerin beraber veya çoklu temsil kullanımının herhangi bir matematiksel kavramın farklı anlamlarını ortaya çıkarmada daha etkili olduğu dile getirilmektedir.

Problem çözenin yanında problem kurma da, matematiğin önemli bir bileşeni olarak kabul edilmekte ve matematik eğitiminin merkezinde yer almaktadır (Crespo, 2003; MEB, 2018; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Problem kurma, problem çözüme becerisine katkı yapmanın yanında öğrencilerin kavramsal öğrenmelerini, tutumlarını ve düşünme biçimlerini de görmeye imkân tanınması yönünden önemli bir ölçme aracı olarak da kullanılabilir (Lowrie, 2002). Problem kurma yeni problem yazma ya da verilen bir problemi farklı bir şekilde tekrar oluşturmaktır (Silver, 1997; Ticha ve Hospesova, 2009). Problem kurma süreci bazı zihinsel etkinlikleri yerine getirmeyi gerekli kılar (Pirie, 2002). Problem kurmayı esas alan bir eğitimden geçen öğrencilerin özellikle kendi oluşturdukları problemlerde geçen çözüme yönelik eksik, fazla veya gizli bilgileri saptamaları ve yazdıkları problemin uygunluğunu irdelemeleri, onların niteliksel akıl yürütme becerilerini geliştirdiği ve buna bağlı olarak da problemi anlama başarılarını üst düzeye çıkardığı belirtilmektedir (Cankoy ve Darbaz, 2010).

Yapılan birçok araştırma incelendiğinde öğrencilerin problem çözüme becerilerinin geliştirilebileceğini (Cankoy ve Darbaz, 2010; Verschaffel ve ark., 1999; Yazgan ve Bintaş, 2005) ve problem kurma ve problem çözenin birbirini desteklediği görülmektedir (Altun, 2014; Kilpatrick, 1987; Lowrie, 2002; Silver, 1997). Problem kurma davranışının, öğrencilerin problem çözüme becerilerinin geliştirilmesi için önemli bir nokta olduğu sıklıkla karşımıza çıkmaktadır. (NCTM, 2000; Silver, 1997). Altun'a (2014) göre problem kurma davranışını kazanan öğrencilerin matematiğe karşı olan ilgisi ve sempatisi artarken, korkuları azalmaktadır.

Matematik dersinde problem çözüme başarısını arttırabilmek için ilk önce düşünme ve çözüm yollarını incelemek gerekmektedir (Krawec, 2014). Öğrencilerinin düşünme tarzlarının öğretmenler tarafından bilinmesi sınıfta yapılan uygulamalarını ve sonucunda da öğrenmelerini büyük oranda etkiler (Bozkurt, Özmantar, Bingolbali ve Oğraş, 2011; Krawec ve Montague, 2014). Dört, beş ve altıncı sınıf öğrencilerinin aynı soru tiplerine verdikleri cevaplardaki farklılıklar, çözüm temsilleri ve gösterim türlerindeki değişiklikler öğrencilerin bilişsel düzeyleri arasındaki farklılıkları gösterecektir. Bu çalışmanın amacı dört, beş ve altıncı sınıf öğrencilerin problem çözüme ve problem kurmadaki başarı ve matematiksel düşüncülerini incelemektir. Bu bağlamda problem cümlesi şu şekilde ifade edilmiştir: Dört, beş ve altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözüme ve problem kurmada başarıları ve matematiksel düşüncüleri nasıldır? Çalışmanın problemine cevap bulabilmek için aşağıdaki alt sorulara cevap aranmıştır.

1. Öğrencilerin problem çözüme başarıları nedir?
2. Öğrenciler problem çözerken ne tür stratejiler kullanmaktadırlar?
3. Öğrencileri problem çözerken kullandıkları çözüm temsilleri nelerdir?
4. Problem çözüme performansları, çözüm stratejileri ve çözüm temsilleri arasında sınıf seviyelerine göre farklılık var mıdır?
5. Öğrencilerin problem kurma performansları nasıldır?

Bu çalışmanın 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerine dair problem çözüme ve problem oluşturma performansları, kullandıkları çözüm strateji ve temsilleri bağlamında bilgiler vermesi yönüyle literatüre katkı sunması beklenmektedir.

## **YÖNTEM**

### **Araştırma modeli**

Dört, beş ve altıncı sınıf öğrencilerinin problem çözüme ve problem kurma süreçlerindeki matematiksel düşüncülerinin incelendiği bu çalışmada tarama modeli esas alınmıştır. Bu tür araştırmalarda geçmiş veya halen mevcut olan bir olgu/olay var olduğu haliyle betimlenir. Bu

modelde araştırma konusu birey veya nesnelere kendi koşullarında ve olduğu gibi tanımlanır, herhangi bir şekilde değiştirme ve/veya etkileme çabası gösterilmez (İslamoğlu, 2009).

### Çalışma Grubu

Araştırmanın örneklemini Türkiye'nin Güneyindeki bir büyükşehirde seçilen 5 okulun öğrencileri oluşturmaktadır. Bu okullar başarı düzeyi olarak orta durumda olan, şehrin gelir düzeyi farklı bölgelerinden seçilen devlet okullarıdır. 237'si kız öğrenci, 213'ü erkek öğrenci olan katılımcıların okullara ve sınıf seviyelerine göre dağılımı Tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1:** Öğrencilerin oluşturduğu çalışma grubu

Okullar	4. sınıf	5. sınıf	6. sınıf	Toplam
A	60	47	52	159
B	-	48	47	95
C	42	21	26	89
D	26	34	25	85
E	22	-	-	22
Toplam	150	150	150	450

Tablo 1 incelendiğinde her sınıf seviyesinden 150 şer kişi olmak üzere toplam 450 öğrenciden veri toplandığı görülmektedir. Öğrenci sayıları karşılaştırma yapmada kolaylık olması amacıyla özellikle eşit tutulmuştur. 150 öğrenciden fazla olan sınıf düzeylerinden rastgele seçilen bazı öğrenci cevap kâğıtları değerlendirme dışı bırakılmıştır. Örneğin dördüncü sınıf düzeyinde A okulundan fazla katılımcı olduğu için değerlendirme dışında tutulacak öğrenciler bu okuldan seçilmiştir. Sınıf düzeyleri ve okulların seçimi araştırmada kullanılan Cai (2003)'te verilen veri toplama formunda istenilen bilgilere uygun olarak seçilmiştir. Okulların seçiminde gönüllülük esasına dayalı olarak seçilen A ve B iyi düzeyi, C ve D orta düzeyi E ise ortanın altı düzeyi temsil edecek şekilde seçilmiştir. Böylece çalışmanın yapıldığı il merkezinin ortalama bir resminin çekilmesi sağlanmaya çalışılmıştır.

Çalışmada veri toplama aracı olarak Cai'nin (2003) çalışmasında verilen açık uçlu sorulardan esinlenmiştir. Ders kitaplarının incelenmesi ve öğretmenlerle yapılan görüşmeler sonucunda bu soruların katılımcıların seviyesine uygun olduğu sonucuna varılmıştır. Çalışma için kullanılan form bir alan uzmanının görüşüne sunulmuştur. Ayrıca öğrencilere dağıtılmadan önce soruların anlaşılabilirliğini kontrol etmek için iki matematik öğretmeninden bu soruları çözmeleri istenmiştir. Yapılan değerlendirmede soruların doğru anlaşılıp çözülebildiğine karar verilmiştir. Son olarak soru formu dört, beş ve altıncı sınıf (21 kişilik 4. sınıf, 21 kişilik 5. sınıf ve 22 kişilik 6. Sınıf) öğrencileri ile pilot uygulama yapılmıştır. Pilot uygulamasında 4 ve 5. sınıf öğrencilerin ortalama şapka probleminde bazı öğrencilerin "ortalama" kavramından kaynaklı problemi anlamakta sıkıntı yaşadıkları görülmüş ve öğretmen açıklamasının gerekliliğine karar verilmiştir. Uygulamaya geçmeden önce katılımcılara ortalama kavramının ne olduğu ile ilgili öğretmenler tarafından açıklama yapılmıştır. Çalışma için bir ders saatinin yeterli olduğu görülmüştür.

Veri toplama aracında 3 soru bulunmaktadır. Bunlardan ortalama şapka probleminde, öğrencilere üç hafta boyunca satılan şapka miktarları verilmiş ve dört hafta sonunda satılan şapka sayılarının ortalamasının 7 olması için dördüncü hafta kaç adet şapka satılması gerektiği sorulmaktadır. Pizza oranı probleminde 7 kızı 2 pizza ve 3 erkeğe 1 pizza verilip eşit olarak paylaştıklarında her bir kız ve erkeğe eşit miktarda pizza düşer mi sorusuna cevap aranmaktadır. Sonuçta gidiş yolları ile ilgili açıklama yapmaları istenmektedir. Problem kurma sorusunda ise öğrencilerden verilen 3 farklı şekil ile ilgili kolay, orta ve zor olmak üzere 3 farklı problem yazmaları istenmektedir. Bu problemlerde öğrencilerden sadece doğru cevapları bulmaları değil, aynı zamanda çözümlerini açıklamalarını istenmektedir. Bu problemler çoklu çözüm stratejilerine ve gösterimlerine sahip olduğundan dolayı öğrencilerin düşünme ve muhakeme değerlendirmeleri açısından çoktan seçmeli problemlerden daha çok avantajlıdır.

## Veri Toplama ve Analiz Süreci

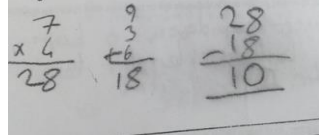
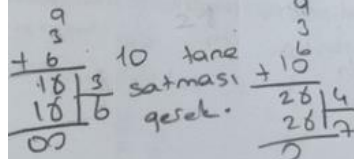
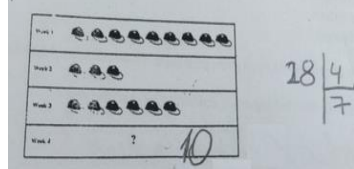
Veri toplama aracı her bir okulda sınıfın kendi matematik öğretmeni tarafından matematik dersinde uygulanmıştır. Testler uygulanmadan önce matematik öğretmenlerinin her birinden öğrencilerin kendi düşüncüş şekillerini açıklamalarının gerekliliği ve ortalama şapka probleminde ortalama kavramı ile ilgili açıklamalar yapmaları istenmiştir. Öğretmenler açıklama yaptıktan sonra öğrencilere problemleri çözmek için 40 dakika verilmiştir. Öğrencilerin hesap makinesini kullanmalarına izin verilmemiştir.

Araştırmada verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Betimsel analiz yönteminde veriler, daha önceden belirlenen başlıklar altında özetlenir ve yorumlanır (Robson, 2009). Araştırma elde edilen verilerin betimsel analizi kapsamında Cai'nin (2003) çalışmasında kullanılan çerçeve kullanılmıştır. Bu çerçevede problem çözme soruları;

- Cevabın doğruluğu
- Çözüm stratejisi
- Çözüm temsili

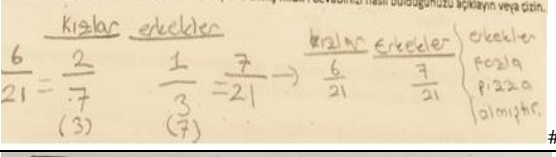
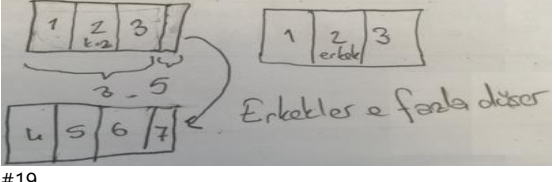
yönlerinden analiz edilmiştir. Problem kurma sorusu ise kapsam ve içerik ve zorluk derecesindeki ilerleme yönleriyle analiz edilmiştir. Cevabın doğruluğu bağlamında katılımcı cevapları doğru ve yanlış şeklinde kodlanmıştır. Her bir katılımcıya bir numara verilmiştir. Örneğin #389 ile 389 numaralı katılımcı cevap kâğıdı belirtilmektedir. Analizler esnasında aynı problemde birden fazla strateji veya temsil biçimi içeren katılımcı cevapları olduğundan verilen yüzde değerleri katılımcı sayısından fazla olan durumlarla karşılaşmak mümkündür. Ortalama şapka problemine ilişkin çözüm stratejileri ve örnek cevaplar Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2:** Ortalama şapka problemi çözüm stratejileri ve örnek cevaplar

Çözüm stratejisi	Tanım	Örnek
Ortalama formülü stratejisi	Ortalama formülünü doğru kullananlar	 #389
Sıralama stratejisi	Tek tek her haftanın ortalamadan eksik ve fazlalarını yazarak 4. Haftayı hesaplamak	1. Hafta ortalamadan +2 2. hafta ortalamadan -4 3. hafta ortalamadan -1 Toplamda -4+-1+2=-3 3 eksiği eklersek son hafta; 7+3=10
Tahmin ve kontrol stratejisi	3 haftayı toplayıp 4. Haftaya bir sayı tahmin ederek toplamı 4'e bölenler	 #122
Anlaşılmayan strateji	Stratejisi net olmayanlar	 #104

Tablo 2'de görüldüğü gibi ortalama şapka problemini doğru cevaplayan katılımcıların kullandıkları çözüm stratejileri ortalama formül stratejisi, sıralama stratejisi, tahmin ve kontrol stratejisi ve stratejisi net olmayanlar olacak şekilde ayrı kategorilere ayrılmıştır. Pizza oran problemine ilişkin çözüm temsilleri ve örnek cevaplar Tablo 3'te verilmiştir.

**Tablo 3: Pizza oran problemi çözüm temsilleri ve örnek cevaplar**

Cözüm temsilleri	Tanım	Örnek
Matematiksel temsilleri	Sayılarla işlemler yapanlar	
Görsel temsiller	Şema veya model çizenler	
Sözel temsiller	Sözel açıklama yapanlar	Hayır çünkü kızlardan 7 kişi 2 pizza, erkekler 3 kişi 1 pizza paylaşır. 6 erkek 2 pizza 7 kızla 3 erkek aynı miktarda yemez.#2
Temsili olmayanlar	Sadece erkekler fazla almıştır diyenler	Erkekler daha çok yer #40

Tablo 3'te görüldüğü gibi pizza oran problemi çözüm temsilleri matematiksel temsiller; görsel temsiller; Sözel temsiller ve sadece doğru cevabı yazanlar yani temsili olmayanlar olacak şekilde 4 ayrı kategoriye ayrılmıştır.

Problem kurma sorusunda katılımcılara verilen figürlerden yola çıkarak kolay, orta ve zor olmak üzere 3 tane farklı problem yazmaları istenmiştir. Problem kurma sorusuna ilişkin kategori ve kodlar ve örnek cevaplar Tablo 4'te verilmiştir.

**Tablo 4: Problem kurma sorusu analizleri ve örnek cevaplar**

Kategori	Kod	Örnek
K1: Geniş kapsamlı problemler (3 şekilde kullanarak daha sonraki basamaklarla ilgili problemler)	K11: Bir şekildeki noktaları içerenler	4.figürde kaç dolu daire olur? #73
	K12: Birden fazla şekildeki noktaları içerenler	Bunun 10.figüründekinden 5.figüründeki siyah topların farkı kaçtır? #65
	K13: Şekillerdeki nokta sayılarını karşılaştıranlar	Yukarıdaki şekilde örüntü kaç kaç artmaktadır? #84
	K14: Figürle alakalı şekil veya model çizenler	Bunlardan 4. örüntünün şekli nasıldır? #65
	K15: Belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanlar	Yukarıdaki örüntünün 100.şekli ne olur?#84
	K16: Belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olanlar	4.figürde kaç dolu daire olur? #73
K2: Dar kapsamlı problemler (sadece 3 şekle yönelik problemler)	K21: Bir şekildeki noktaları içerenler	Figürdeki içi boyanmış şekillerin sayısı kaçtır?#31
	K22: Birden fazla şekildeki noktaları içerenler	Resim 1 ve 2'de toplam kaç yuvarlak boyanmıştır?#60
	K23: Şekillerdeki nokta sayılarını karşılaştıranlar	Her bir figürde kaç tane siyah artıyor?#120
	K24: Figürle alakalı şekil veya model çizenler	Ortada siyahla gösterilen öğrencinin sağındaki öğrencinin solunda oturan kişinin konumunu çiziniz??#125
K3: Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler		Buse bir alışveriş merkezinden 4 parça kıyafet alıyor. Bu tanesi 20 TL olan kazaktan 2 tanesini, 40 TL olan ayakkabıdan 1 tane, tanesi 10 tane olan etekten 1 tane almıştır. Buse yanında 200 TL götürdüğüne göre kaç TL para üstü alır?#24
K4: Cevapsızlar		-

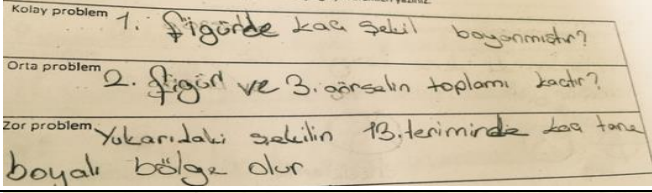
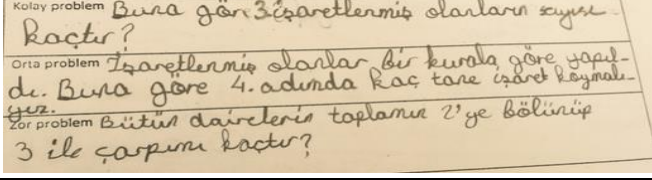
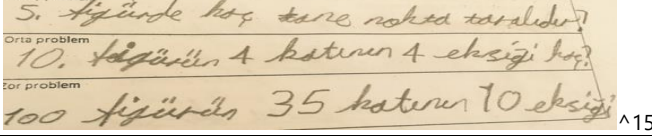
Problem kurma sorusunda yazılan her bir problem ilk olarak matematiksel problemler, matematiksel olmayan veya alakasız problemler ve cevapsızlar olarak 3 ayrı kategoride değerlendirilmiştir. Matematiksel problemler dar kapsamlı ve geniş kapsamlı matematiksel



problemler olarak 2 ayrı gruba ayrılmıştır. Dar kapsamlı matematiksel problemler 6 ayrı koda değerlendirilmiştir. Geniş kapsamlı matematiksel problemler ise 4 ayrı koda ayrılmıştır.

Yazılması istenilen problemler kolay problem (P1), Orta problem (P2), Zor problem (P3) olarak kodlanmıştır. Problem kurma sorusuna ilişkin zorluk derecesi analizleri ve örnek cevaplar Tablo 5'te verilmiştir.

**Tablo 5:** Problem kurma sorusu zorluk derecesi analizleri ve örnek cevaplar

Zorluk derecesi	Örnek
P1<P2<P3	 <p>#186</p>
P1<P3 ve P2<P3 veya P1<P2 ve P1<P3	 <p>#292</p>
P1>P2,P2>P3, P1>P3,	 <p>#158</p>

Problem kurma sorusunda katılımcılardan 3 seviyede problem kurları istenmiştir. Kolay- orta ve zor problemler. En az 2 matematiksel problem yazmış öğrenciler bu analize dâhil edilmiştir. Analiz kriterleri aşağıda sıralanmıştır:

- Geniş kapsamlı problemler dar kapsamlılardan daha zordur.
- Geniş kapsamlılar arasında belirli ve kesin sonucu olacak şekilde olanlar daha zordur.
- Eğer bir problem figürlerdeki noktaları karşılaştırmayı soruyorsa bir şekildeki noktalarla ilgili sorulan sorulardan daha zordur.
- Eğer bir problem figürlerdeki noktaları birleştirmeyi soruyorsa bir şekildeki noktalarla ilgili sorulan sorulardan daha zordur.
- Eğer bir problem figür çizmeyi soruyorsa daha zordur.
- Eğer bir problem sonraki figürleri soruyorsa daha zordur.

### Geçerlik ve Güvenirlik

Verilerin analizinin güvenirliliği için öncelikle iki araştırmacı ve alanda uzman bir öğretim üyesi her sınıf seviyesine ait aynı 20 cevap kâğıdını bağımsızca kodlamıştır. Kodlayıcılar arası uyum problem çözüme sorularındaki cevabın doğruluğu % 88, çözümleri ve çözümleri temsilleyen ifadeler açısından %94 olarak bulunmuştur. Problem kurma sorusunun cevapları için kodlayıcılar arası uyum % 82 olarak bulunmuştur. Bu oran güvenirlilik için yeterli olmasına rağmen (Bakeman ve Gottman, 1997) yine de araştırmacılar örtüşmeyen kodlar üzerinde tartışmış ortak bir kanaate varmışlardır. Verilerin analizinin güvenirliliği için yapılan bu çalışmadan sonra geriye kalan katılımcı cevapları araştırmacılar tarafından analiz edilerek tamamlanmıştır.

## BULGULAR

### Ortalama Şapka Problemine İlişkin Bulgular

Ortalama şapka problemini doğru yanıtlayan öğrenci yüzdeleri 4. sınıflarda %27; 5. sınıflarda %31 ve 6. sınıflarda ise %55'tir. 4 ve 5. sınıflar arasında istatistiksel olarak fark yokken

( $\chi^2=0,579$ ;  $sd=1$ ;  $p>0,05$ ). 6. sınıfların diğer sınıf seviyelerine göre doğru yanıt sayısında anlamlı bir fark bulunmaktadır ( $\chi^2=29,202$ ;  $sd=2$ ;  $p<0,01$ ). Katılımcıların ortalama şapka problemini çözüm stratejileri 4 ayrı kategoride sınıflandırılmıştır. Çözüm stratejileri frekans yüzdeleri Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6:** Ortalama şapka problemi doğru cevapların çözüm stratejileri frekans yüzdeleri

Çözüm stratejileri	Frekans yüzdeleri (%)		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Ortalama formülü stratejisi	11	17	41
Sıralama stratejisi	-	-	-
Tahmin et ve kontrol et stratejisi	13	10	8
Stratejisi net olmayanlar	3	4	6

Tablo 6'da görüldüğü gibi 4. sınıfların %11'i, 5. sınıfların %17'si ve 6. sınıfların %41'i ortalama formülünü doğru kullanmışlardır. Burada 6. Sınıfların ortalama formülünü doğru kullanma sayısındaki fazlalık göze çarpmaktadır. Her üç sınıf seviyesinde de tek tek eksik ve fazlaları yazarak 4. haftayı hesaplama stratejisi görülmemektedir. Çözüm stratejisi net olmayan fakat doğru sonuca ulaşmış olanlar, 4. Sınıfların %3'ü, 5. Sınıfların %4'ü ve 6. Sınıfların ise %6'sını oluşturmaktadır. Stratejisi net olmayanların sayısı da sınıf seviyesi arttıkça artmaktadır.

Ortalama şapka probleminde doğru cevapların gösterim türlerinin frekans yüzdeleri Tablo 7'de verilmiştir. Farklı bir açıdan da inceleyebilmek adına katılımcıların doğru yanıtları gösterimleri açısından da 3 ayrı kategoriye ayrılmıştır.

**Tablo 7:** Ortalama şapka problemi doğru cevapların çözüm temsillerinin frekans yüzdeleri

Temsil türleri	Frekans yüzdeleri (%)		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Sözel temsil	6	5	10
Görsel temsil	-	-	-
Matematiksel temsil	21	26	44

Tablo 8 incelendiğinde 4. Sınıfların %6'sı, 5. sınıfların %5'i ve 6. sınıfların %10'unun cevabının sözel temsil içerdiği görülmektedir. Burada sözel açıklamanın en çok 6. Sınıflarda görüldüğü ortaya çıkmaktadır. Görsel temsil 3 sınıf seviyesinde de görülmemektedir. En çok kullanılan ve sınıf seviyesi arttıkça artış gösteren temsil türü ise matematiksel temsildir (4. Sınıflar %21, 5. Sınıflar %26 ve 6. Sınıflar %44).

### Pizza Oran Problemine İlişkin Bulgular

Pizza oran problemini doğru yanıtlayan öğrenci yüzdeleri 4. sınıflarda %9; 5. sınıflarda %23 ve 6. sınıflarda ise %36'dır. Doğru cevap frekanslarının sınıf düzeylerine göre dağılımı anlamlı bulunmuştur ( $\chi^2 = 30,243$ ;  $sd=2$ ;  $p<0,01$ ). Sınıf düzeyi arttıkça doğru cevap frekanslarında istatistiksel olarak anlamlı bir artış görülmüştür. Pizza oran problemini doğru cevaplayanların çözüm stratejilerinin frekans yüzdeleri Tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8:** Pizza oran problemi çözüm stratejileri frekans yüzdeleri

Çözüm Stratejileri	Frekans yüzdeleri (%)		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
S1: Kesir şeklinde yazıp payda eşitleyenler veya ondalığa çevirerek karşılaştıranlar	-	4	11
S2: Sözel olarak açıklama yapanlar	17	14	21
S3: Görsel olarak şekil çizip açıklama yapanlar	4	13	9



Tablo 8 incelendiğinde çözüm stratejilerinin 3 ayrı kategoriye ayrıldığı görülmektedir. Kesir şeklinde yazıp payda eşitleyenler veya ondalığa çevirerek karşılaştıran 4. sınıf katılımcı görülmemektedir. Pizza oran probleminde en çok sözel olarak açıklama yapanlara rastlanmaktadır (4. sınıf %17, 5. sınıf %14 ve 6.sınıf %21). Görsel olarak çizip açıklama yapanlara ise en çok 5. sınıf seviyesinde rastlanmaktadır (%13). Pizza oran problemindeki doğru cevaplarda görülen çözüm temsilleri 4 ayrı kategoride incelenmiştir. Her bir kategorinin frekanslar yüzdeleri Tablo 9'da verilmiştir.

**Tablo 9:** Pizza oran problemi çözüm temsilleri frekans yüzdeleri

Temsiller	Frekans yüzdeleri (%)		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
Matematiiksel temsil	-	4	11
Görsel Temsil	4	13	11
Sözel temsil	17	14	23
Sadece doğru cevabı yazanlar yani temsili olmayanlar	-	-	0,7

Temsil kategorileri incelendiği zaman en çok sözel temsil olduğu ve sınıf seviyesi yükseldikçe sayının arttığı göze çarpmaktadır. (4. sınıf %17, 5. sınıf %14 ve 6. sınıf %23). Problemi temsili olmadan çözenler ise neredeyse yok denecek kadar azdır. Sadece 6. sınıflardan 1 öğrencide görülmektedir. Şema veya model çizerek görsel temsil kullananlar ise en fazla 5. sınıf seviyesinde görülmektedir (%13).

### Problem Kurma Sorusuna İlişkin Bulgular

Bu kısımda katılımcıların verilen figürlerden yola çıkarak kurdukları kolay, orta ve zor problemlere dair yapılan analizlerden elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Kolay problemlerin analiz frekans yüzdeleri Tablo 10'da verilmiştir.

**Tablo 10:** Problem kurma sorusu kolay problem analizi frekans yüzdeleri

Kolay problem kurma		Frekans yüzdeleri (%)			Toplam	
		4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf		
Matematiiksel problemler	Geniş Kapsamlı problemler	K11	4	9	6	6
		K12	-	2	0.7	1
		K13	2	7	3	4
		K14	-	2	2	1
		K15	-	8	7	5
	Dar Kapsamlı problemler	K16	4	12	6	7
		K21	22	21	19	21
		K22	10	13	15	13
		K23	-	-	2	1
		K24	-	-	0.7	0.2
Matematiiksel olmayan veya ilgisiz problemler	K3	43	33	37	38	
Cevapsızlar	K4	19	13	17	16	

Tablo 10 incelendiğinde kolay problemlerde katılımcıların %46'sının matematiiksel problem, %38'inin matematiiksel olmayan problem kurduğu görülmektedir. %16'sının ise cevapsız bıraktığı görülmektedir. Dar kapsamlı problemler arasında ise en çok bir şekildeki noktaları içeren problem türüne rastlanmaktadır (4. sınıf %22, 5. sınıf %21 ve 6. sınıf %19). Matematiiksel olmayan veya ilgisiz problem kurmaya en çok 4. sınıflarda (%43) rastlanmıştır. 5. ve 6. sınıflarda ise çok benzer bir durum söz konusudur. 5. sınıfların %33'ü matematiiksel olmayan veya alakasız problem kurarken, 6. sınıflarda %37'dir. Kolay problem kurma kısmını boş bırakan öğrenci sayıları her sınıf seviyesinde benzerlik göstermektedir (4. sınıf %19; 5. sınıf %13, 6. sınıf %17). Tablo 11'de orta problemlerin analiz frekans yüzdeleri verilmiştir.

**Tablo 11:** *Problem kurma sorusu orta problem analiz frekans yüzdeleri*

Orta problem kurma	Frekans Yüzdeleri (%)				
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf		
Matematiksel problemler	Geniş Kapsamlı problemler	K11	5	13	7
		K12	1	1	2
		K13	3	8	5
		K14	1	1	1
		K15	2	13	3
	Dar Kapsamlı problemler	K16	7	9	9
		K21	12	11	13
		K22	15	12	15
		K23	-	-	2
		K24	-	-	-
Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler	K3	43	36	41	
Cevapsızlar	K4	23	18	18	

Orta problemlerde matematiksel olmayan veya alakasız problemlerin sayısındaki fazlalık göze çarpmaktadır (4. sınıf %43, 5. sınıf %36, 6. sınıf %41). Orta problemlerin %29'u geniş kapsamlı, %26'sının dar kapsamlı matematiksel problemler olduğu görülmektedir. Dar kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar 4. ve 5. sınıfta görülmezken, 6. sınıflarda sadece %2'sidir. Figürle alakalı şekil veya model çizenler ise 3 sınıf seviyesinde de görülmemektedir. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde belirsiz ve cevaplanmayacak şekilde olanların 5. sınıf seviyesinde (%13), 4. sınıf (%2) ve 6. sınıfa göre (%3) çok daha fazla olduğu görülmektedir. Tablo 12'de zor problemlerin analiz frekans yüzdeleri verilmiştir.

**Tablo 12:** *Problem kurma sorusu zor problem analiz frekans yüzdeleri*

Zor problem kurma	Frekans Yüzdeleri (%)				
	4.	5.	6.		
Matematiksel problemler	Geniş Kapsamlı problemler	K11	3	9	9
		K12	1	3	1
		K13	3	8	3
		K14	-	1	1
		K15	3	12	3
	Dar Kapsamlı problemler	K16	2	9	10
		K21	11	9	9
		K22	7	10	14
		K23	-	-	1
		K24	-	-	-
Matematiksel olmayan veya ilgisiz problemler	K3	48	42	40	
Cevapsızlar	K4	29	17	23	

Zor problemlerin analizinde de öğrencilerin büyük çoğunluğunun (4. sınıf %48, 5. sınıf %42 ve 6. sınıf %40) matematiksel olmayan veya alakasız problemler yazdığı görülmektedir. Problemlerin %27'sinin geniş kapsamlı matematiksel problemler, %20'sinin dar kapsamlı matematiksel problem olduğu görülmektedir. Orta problemlerde olduğu gibi zor problemlerde de dar kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar 4. ve 5. sınıfta görülmezken, 6. sınıflarda sadece %1'dir. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde bir şekildeki noktaları içeren problem sayıları 5 ve 6. sınıfta farklılık göstermezken, 4. sınıfta sayısı çok azalmaktadır. (4. sınıf 4 %3, 5. sınıf %9, 6. sınıf %9). Tablo 13'te problem kurma sorusu zorluk seviyesindeki ilerleme analizi frekans yüzdeleri verilmiştir.

**Tablo 13:** *Problem kurma sorusu zorluk seviyesindeki ilerleme analizi frekans yüzdeleri*

Zorluk derecesi	Frekans yüzdeleri (%)		
	4.sınıf	5.sınıf	6.sınıf
P1<P2<P3	18	28	23
P1<P3 ve P2<P3 veya P1<P2 ve P1<P3	11	15	15
P1>P2,P2>P3, P1>P3,	5	4	5
Dâhil edilmeyenler	65	53	57

En az 2 matematiksel problem yazmış öğrenciler bu analize dâhil edilmiş ve analiz kriterleri yöntem kısmında ayrıntılı olarak anlatılmıştır. 3 sınıf seviyesinde de analize dâhil edilemeyenlerin yüzdeleri Tablo 14’te görüldüğü gibi oldukça fazladır. 4. sınıfların %18’inin, 5. sınıfların %28’inin ve 6. sınıfların %23’ünün istenilen türde kolay-orta ve zor olmak üzere zorluk derecelerini arttırdıkları görülmektedir.

## **TARTIşMA YORUM VE ÖNERİLER**

4,5 ve 6. sınıf öğrencilerinin problem çözme ve kurma süreçlerindeki matematiksel düşünüşleri incelendiği bu çalışmadan elde edilen bulgular veri toplama aracındaki her bir soru için tartışılmıştır.

### **Ortalama şapka problemine dair bulguların tartışılması**

Ortalama şapka problemini yaklaşık olarak 4. sınıf öğrencilerinin dörtte biri, 5. sınıf öğrencilerinin üçte biri doğru cevaplarırken, 6. sınıf öğrencilerinin yarısından fazlasının doğru cevapladığı görülmektedir. Bu oranlar Cai’nin (2003) Singapur’daki uygulamasında çıkan sonuçlara göre oldukça düşüktür (4. sınıf %73, 5. sınıf %93 ve 6. sınıf %95). Sınıf seviyesi yükseldikçe başarı oranının artması olumlu bir gelişme gibi görülse de Singapurlu öğrencilerle karşılaştırıldığında gerçekten sıkıntılı bir durumun ortada olduğu söylenebilir. Ayrıca 4 ve 5. sınıf öğrencilerinin yaklaşık üçte birinin 6. sınıf öğrencilerinin ise önemli bir kısmının sayılar ile anlamsız işlem yapmış olmaları, nedenlerinin araştırılması gereken önemli bir bulgudur.

Ortalama şapka probleminde sayıları az da olsa direk ortalamayla 4’üçarparak 28 bulanların sınıf seviyesi arttıkça artmasıdır. Problemdeki çözüm stratejilerine bakıldığı zaman ortalama formülünü doğru kullananların 6. Sınıflarda yoğunlaştığı görülmektedir. Tahmin ve kontrol stratejisi ise sınıf seviyesi arttıkça azalmaktadır. Doğru cevabı bulmasına rağmen stratejisi net olmayan öğrencilerin sayısının da sınıf seviyesi ile bağlantılı olarak arttığı gözlenmesi de ilginç bir bulgudur.

Çözümlerin temsillerine bakıldığında öğrencilerin her sınıf seviyesinde yoğun olarak matematiksel gösterimler kullandığı, görsel gösterimler ise hiçbir öğrenci tarafından tercih edilmediği görülmektedir. Matematiksel gösterimlerin kullanılması sınıf seviyesi ile birlikte artmaktadır. Öyle ki 4 ve 5. sınıflarda tüm öğrencilerin yaklaşık dörtte biri matematiksel gösterim kullanırken, 6. sınıfların yarısına yakını bu gösterimi tercih etmiştir. Bu durum Singapurlu öğrencilerle yapılan benzer çalışmaya (Cai, 2003) benzerlik göstermektedir. Bunun sebebi okullarda matematik öğretimi yapılırken işlemsel bilgileri kullanmaya daha fazla zaman ayrılması olabilir.

### **Pizza oran problemine dair bulguların tartışılması**

Pizza oran probleminde doğru cevap veren öğrencilerin yüzdesi, Singapur’da yapılan çalışmada (Cai, 2003) olduğu gibi sınıf seviyesi arttıkça artmaktadır (4. sınıf %9; 5. sınıf %23; 6. sınıf %36). Ayrıca Topal (2015)’in 6. sınıflar üzerinde yaptığı araştırmasında bu soruya tam ve ikna edici cevap verenlerin yüzdesinde benzer bir oran karşımıza çıkmaktadır (%37). Yanlış cevap veren öğrenci yüzdelerine bakıldığı zaman 4. sınıfların yüzdelerinin daha fazla olduğu görülmektedir. Buradaki dikkat çeken durum ise Singapur’da yapılan çalışmada (Cai, 2003) yanlış cevap veren öğrencilerin sayısı 5 ve 6. sınıflarda yok denecek kadar az olsa da, bu çalışmada 5 ve 6. sınıfların yarısına yakını olarak karşımıza çıkmaktadır.

Pizza oran probleminin çözümü için öğrencilerin en az tercih ettikleri çözüm temsili, sayılarla işlem yapma olmuştur. Öğrencilerin daha çok sözel çözüm tipini tercih ettikleri görülmektedir. Oysaki sözel temsil için bu oran Singapur çalışmasında 4. Sınıf %54, 5. Sınıf %66, 6. Sınıf %84’tür (Cai, 2003). Görsel çözüm tipini kullananlar Singapur’da 4. sınıftan 6. sınıfa doğru azalırken, bu uygulamada en az 4. sınıflarda görülmektedir. 5 ve 6. sınıfların ise oranları birbirine

benzer olup yaklaşık olarak onda biridir. En çok kullanılan çözüm temsili sözel temsildir. Topal'ın (2015) çalışmasında yer alan aynı sorunun bulgularında da en çok sözel temsil türüne rastlanmaktadır. Çözüm tipleri incelendiği zaman Singapur çalışmasında (Cai, 2003) öğrencilerin nümerik çözümler kullandığı ve bu kullanımın sınıf seviyesi ile orantılı bir şekilde arttığı gözlenmektedir. Fakat bu uygulamada tam tersi bir durum karşımıza çıkmaktadır. Katılımcıların sayılarla işlem yapma çözüm tipini sözel temsile göre daha az tercih etmeleri ve sınıf seviyesi arttıkça bu kullanımın azalması ilginç bir bulgudur.

### **Problem kurma sorusuna dair bulguların tartışılması**

Problem kurma sorusunda öğrencilerden beklenen, matematiksel problemler kurmalarıdır. Sınıf seviyesi arttıkça istenilen durumu ortaya koyabilen öğrenci sayısında artış görülmektedir. 5 ve 6. sınıfların yarısından fazlası, 4. sınıfların yarısından az bir kısmı matematiksel problem yazabilmiştir. Burada karşımıza çıkan ilginç durum ise matematiksel problemlerin en çok 5. sınıf seviyesinde görülmesidir. Ancak Singapurlu öğrencilerin benzer sorulardaki başarısıyla karşılaştırıldığında katılımcıların başarısı düşük sayılabilir. Bu oran Singapur çalışmasında 4. sınıflarda %75, 5. sınıflarda %90, 6. sınıflarda ise %95'tir (Cai, 2003). Her sınıf seviyesinde kurulan matematiksel problemlerin yüzdeleri her zorluk derecesi için neredeyse aynıdır. Her sınıf seviyesindeki öğrencilerin yaklaşık dörtte biri bu soruyu cevapsız bırakmışlardır Bu oran Singapur çalışmasında da 5 ve 6. sınıf seviyelerinde oldukça düşüktür (4. sınıf %15, 5. sınıf %2 ve 6. sınıf %1) (Cai, 2003). Ayrıca 4. sınıfların yarısına yakını, 5 ve 6. sınıfların ise yaklaşık dörtte biri matematiksel olmayan veya alakasız problemler yazmışlardır. Bunun nedeni problem okullarda problem kurma çalışmalarını yeterince zaman ayrılmaması olabilir.

Kurulan matematiksel problemler geniş kapsamlı ve dar kapsamlı olarak incelendiğinde toplam yazılan problemlerin yarısına yakınının geniş kapsamlı matematiksel problemler olduğu görülmektedir. 3 seviye arasında en çok oluşturulan problemler dar kapsamlı matematiksel problemlerde bir figürdeki nokta sayısını içeren problemler ve birden fazla figürdeki nokta sayısını içeren problemlerdir. Geniş kapsamlı matematiksel problemlerde belirli ve kesin sonucu olacak şekilde problem kuranlar incelendiğinde 5 ve 6. sınıflar arasında fazla bir fark yokken 4. sınıfların çok geride kaldığı görülmektedir. 6. Sınıf öğrencilerinin sadece onda biri geniş kapsamlı matematiksel problemlerde belirli ve kesin sonucu olacak şekilde problem kurduğu görülmüştür.

Belirsiz ve kesin sonucu olmayacak şekilde yazılan problemlerin oranı ise oldukça azdır. Dar kapsamlı matematiksel problemlerde şekillerdeki nokta sayısını karşılaştıranlar 4 ve 5. sınıflarda hiç görülmezken, 6. sınıflarda ise çok az sayıda görülmektedir. Bu çalışma kapsamında sadece bir katılımcı, dar kapsamlı matematiksel problemlerde figürle alakalı model veya şekil çizerken, Singapur öğrencileriyle yapılan çalışmada (Cai, 2003) en çok tercih edilen bu problem tipini seçmiştir.

Araştırmanın sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde 4, 5 ve 6. sınıf öğrencilerinin büyük çoğunluğunun problem çözüme ve çözüm stratejilerini doğru belirleme konularında yeterli olmadıkları söylenebilir. Bulgular, Cai (2003) çalışmasındaki Singapur örneklemeyle karşılaştırıldığında bu durumun boyutları çarpıcı bir şekilde karşımıza çıkmaktadır. Çözüm stratejilerini bilmenin öğrencilerin problem çözüme başarısını arttırdığı (Follmer, 2000) düşünüldüğünde öğretim sürecinin bu yönde bir çaba içine girmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Öyle ki bu konuda Yazgan ve Bintaş'ın (2005) 4 ve 5. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada öğrencilerin problem çözüme stratejileri öğrenilebildiklerini ve verilen strateji eğitiminin her iki sınıfta da problem çözüme başarılarını olumlu yönde etkilediğini ortaya koymuşlardır.

Problem çözümlerindeki temsiller incelendiğinde öğrencilerin sözel ve görsel temsilleri yeterli derecede kullanmadıkları görülmektedir. Araştırmacıların bulgularına göre problem çözümünde farklı temsillerin kullanılması ve bu temsiller arasındaki geçişlerin sağlanabilmesi, kavramsal anlamının önemli bir göstergesi olarak görülmektedir. (Harries ve Barmby, 2008; Kaput, 1992; Krawec, 2014). Öğrencilerin matematik yapma süreçlerinde ve bu süreçlerin sonrasında yazılı

ifadelerden, sözlü anlatımlardan, resimlerden, grafiklerden ve somutlaştırılmış modellerden faydalanması önemlidir (MEB, 2005). Öğretmenlerin bu süreçte sınıf ortamlarını öğrencilerin düşüncelerini rahatlıkla açıklayabildikleri, tartışabildikleri ve yazı ile anlatabildikleri şekilde oluşturmalarının gerekliliği vurgulanmaktadır. Işık, Işık ve Kar'ın (2011) çalışmalarında belirttiği gibi bu durumlar göz önünde bulundurulduğunda ve araştırmanın sonucunda çıkan veriler incelendiğinde öğretmenlerin problem çözümünde görsel temsiller kullanmasından ziyade, görsel temsillere yönelik problem kurma etkinliklerine de yer vermeleri bu becerilerin kazanılmasına yardımcı olacaktır.

Araştırmadan elde edilen bulgulara göre öğrencilerin problem kurma başarısının istenilen düzeyde olmadığı görülmekle birlikte göze çarpan sevindirici durum, sınıf seviyesinin arttıkça problem kurma ve problem çözme konusunda yeterliliği arttırmaktadır. Öğrencilerin problem kurma becerilerinin geliştirilmesinde problem kurma temelli problem çözme öğretiminin kullanılmasının öğrencilerin problemi anlama ve doğal olarak problem çözme becerilerini önemli ölçüde ileri götürebileceğini ortaya koymuşlardır (Cankoy ve Darbaz, 2010). Ancak Bozkurt (2012) çalışmasında öğretmenlerin yaklaşık üçte birinin konuyu anlattıktan sonra öğrencilerden soru hazırlamalarını hiç istemediğini ortaya koymuştur. Oysaki öğretim programında da, öğrencilerin problem çözme becerilerinin geliştirilmesi gerektiğinin altı çizilmiştir (MEB, 2005). Konuyu anlattıktan sonra konu ile ilgili öğrencilerden soru hazırlamasını isteyen öğretmen onlara yeni bir rol biçiyor. Bu şekilde davranan öğretmen yansıtıcı öğrenmeyi (Tok, 2008) sağlamaktadır. Ayrıca bu tür çalışmalar, başarının temel yordamcılarında biri olan öğrenci katılımını da sağlamaktadır (Açıkgöz, 2003).

Sonuç olarak, öğrencilerin performanslarının düşüklüğünü gidermek için problem çözümlerinde farklı stratejiler geliştirme, farklı temsiller kullanma ve problem kurma çalışmalarına daha çok yer verilebilir. Ancak sadece öğrenci kaynaklı olmayabileceğini de (Esendemir, Oğraş, Bingölbali, Özmantar ve Bozkurt, 2010; Gürbüz ve Güder, 2016) göz önünde bulundurarak, bu performans düşüklüğünün nedenini araştıran çalışmalar yapılabilir. Böylece katılımcıların üst bilişsel düşünmelerini (Flavell, 1976) harekete geçirecek etkinlikler doğru ve yerinde uygulamalara yer verilerek öğretim ortamları geliştirilebilir.

## KAYNAKÇA

- Açıkgöz, K. Ü. (2003). *Etkili öğrenme ve öğretme*. (4. Basım). İzmir: Eğitim Dünyası Yayınları.
- Altun, M. (2014). *İlköğretim ikinci Kademe (5, 6, 7 ve 8. Sınıflarda) Matematik Öğretimi*, 10. Baskı, Bursa: Aktüel Yayınları.
- Altun, M. ve Arslan, Ç. (2006). İlköğretim öğrencilerinin problem çözme stratejilerini öğrenmeleri üzerine bir çalışma. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(1), 1-21.
- Bakeman, R., & Gottman, J. M. (1997). *Observing interaction: An introduction to sequential analysis*. Cambridge University Press.
- Bozkurt, A. (2010). İşçi ve Havuz Problemleri ile İlgili Karşılaşılan Zorluklar ve Çözüm Önerileri, *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 11(2), 173-185.
- Bozkurt, A., Özmantar, M.F., Bingölbali, E. ve Oğraş, A. (2011). Teachers' conduct of problem solving activities, In Ubuz. B. (Eds.). *Proceedings of The 35th Conference of The International Group For The Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1. Ankara, Turkey: PME.
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34:5, 719-737
- Cankoy, O. ve Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38(38), 11-24.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243-270.
- Cuoco, A (2001). *The roles of representation in school mathematics (2001 Yearbook)*. NCTM, Reston, VA

- Esendemir, Ö., Oğraş, A., Bingölbali, E., Özmantar, M. F., & Bozkurt, A. (2010) Matematiksel Problem Çözmede Karşılaşılan Zorluklara İlişkin Öğretmen Görüşleri. IX. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Kongresi, 23-25 Eylül 2010, İzmir.
- Flavell, J. H. (1976). Meta cognitive aspects of problem solving. *The nature of intelligence*, 231-235.
- Follmer, R. (2000). Reading, Mathematics and Problem Solving: *The effects of direct instruction in the development of fourth grade students' strategic reading and problem solving approaches to text based, non routine mathematics problems, dissertation*. Widener University, Chester PA.
- Gür H. ve Hangül, T. (2015). Ortaokul Öğrencilerinin Problem Çözme Stratejileri Üzerine Bir Çalışma. *Pegem Eğitim ve Öğretim Dergisi*, 5(1), 95-112.
- Gürbüz, R. ve Güder, Y. (2016). Matematik Öğretmenlerinin Problem Çözmede Kullandıkları Stratejiler. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(2), 371-386.
- Harries, T. & Barmby, P. 2006. *Representing Multiplication*. Proceeding of the British Society for Research into Learning Mathematics. 26 (3):25—30.
- Işık, C., Işık, A. ve Kar, T. (2011). Öğretmen adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi, *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 39-49
- İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 11 (3), 681-700
- İslamoğlu, A.H. (2009). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri*. İzmit: Beta Yayınları.
- Kaput, J.J. (1992). *Technology and mathematics education*. In: Grouws, D. eds. (1992) Handbook of research on mathematics teaching and learning. Macmillan, New York, pp. 515-556.
- Kilpatrick, J. (1987) *Problem Formulating: where do good problems come from?* In A.H. Schoenfeld (Ed.) Cognitive Science and Mathematics Education, pp. 123-147. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Krawec, J. L. (2014). Problem representation and mathematical problem solving of students of varying math ability. *Journal of Learning Disabilities*, 47(2), 103-115.
- Krawec, J., & Montague, M. (2014). The role of teacher training in cognitive strategy instruction to improve math problem solving. *Learning Disabilities Research & Practice*, 29(3), 126-134.
- Kuzgun, Y. (1992). *Rehberlik ve psikolojik danışma*, Ankara: ÖSYM Yayınları.
- Lester, F. K. (1994). Musing about mathematical problem solving researchs: 1970-1994, *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(6), 660-675.
- Lowrie, T. (2002). Designing a Framework for Problem Posing: young children generating open-ended tasks, *Contemporary Issues in Early Childhood*, 3(3), 354-364
- MEB, (2005). *İlköğretim Matematik Dersi 1-5. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Yayınları
- MEB, (2018). Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı Matematik Dersi Öğretim Programı (İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar), Ankara: MEB yayınları
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- Pirie, S.E.B. (2002). *Problem posing: What can it tell us about students' mathematical understanding*. Paper presented at the Proceedings of the 24th Annual Meeting North American Chapter of International group for the Psychology of Mathematics Education, (p.925-958). GA, Athens.
- Polya, G. (1973). *How to solve it*. United States of America: Princeton University Press.
- Robson, C. (2009). *Real world research: a resource for social scientists and practitioner-researchers*. Malden, MA: Blackwell.
- Santos-Trigo, M. (1998). Instructional qualities of a successful mathematical problem solving class. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Vol. 29, No. 5, pp 631 – 646.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370). New York: MacMillan.
- Silver, E. A.(1997).Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *International Reviews on Mathematical Education*,29(3), 75-80.
- Ticha, M. & Hospesova, A. (2009). *Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training*, Paper presented in CERME 6. Lyon, France.

- Tok, ř. (2008). Yansıtıcı düşünmeyi geliştirici etkinliklerin öğretmen adaylarının öğretmenlik mesleğine yönelik tutumlarına, performanslarına ve yansıtımalarına etkisi, *Eğitim ve Bilim*, 33(149), 104-117.
- Topal, A. (2015). *Ortaokul 6. Sınıf Öğrencilerinin Standart Bir Algoritmayla Çözölebilen Ve Çözölemeyen Problemlerde Kullandıkları Matematiksel Düşöncelerinin İncelenmesi*, Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Ocak 2015, Gaziantep.
- Van De Walle, J., Karp, K.S, Bay- Williams, J.M. (2012). *İlkökol ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşım İla Öğretim*, Çeviri Editörü Soner Durmuş, 7. Basımdan Çeviri, Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara.
- Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H. & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders, *Mathematical thinking and learning*, 1(3), 195-229.
- Yazgan, Y. ve Bintaş, J. (2005). İlköğretim dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözme stratejilerini kullanabilme düzeyleri: bir öğretim deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28(28), 210-218.



# **Students' Achievement and Mathematical Thinking in Process of Problem Solving and Problem Posing**

**Assoc.Prof.Dr. Ali Bozkurt**  
Gaziantep University-Turkey  
alibozkurt@inönü.edu.tr

**Gülnur Karslıgil Ergin**  
Gaziantep University-Turkey  
glnrke@gmail.com

## **Abstract**

*In this study, student's achievement and mathematical thinking in problem solving and problem posing have been studied. The descriptive study was conducted utilizing the survey model. In this context, a data collection form has been applied to participants including two problem solving and one problem posing question and solutions have been investigated. The sample of the study has been formed by totaling 450 students including 150 4th, 150 5th and 150 6th graders. Data were analyzed qualitative method. According to the findings of the study, the majority of participants observed were not enough to determine the correct solution strategy and problem solving. The findings of this study in conspicuous gratifying situation are increased problem solving and problem posing qualifications with increasing grade level. In order to increase these competencies, teachers should focus more on problem solving and setting up studies.*

**Keywords:** *Problem Solving, problem posing, Mathematical Thinking, Solution strategies, Solution representations*



**E-International Journal  
of Educational Research,  
Vol: 9, No: 3, 2018, pp.1-33**

**DOI: 10.19160/ijer.393529**

*Received: 12.02.2018*

*Revision: 15.08.2018*

*Accepted: 12.09.2018*

## **Suggested Citation:**

Bozkurt, A. & Karslıgil Ergin, G. (2018). Students' Achievement and Mathematical Thinking in Process of Problem Solving and Problem Posing, *E-International Journal of Educational Research*, Vol: 9, No: 3, 2018, pp. 1-33, DOI: 10.19160/ijer.393529

## EXTENDED ABSTRACT

**Problem:** *This study intends to examine the mathematical thought processes 4th, 5th and 6th grade students employ for problem solving and problem posing. The problem statement of this study is as follows: What are the mathematical thought processes 4th, 5th and 6th grade students employ for problem solving and problem posing? Answers were sought for the following subqueries in accordance with the purpose of this study.*

- *How successful are students at problem solving?*
- *What strategies do students use when solving problems?*
- *What are the solution representations used by students to solve problems?*
- *Is there a difference between problem solving performances, solution strategies and solution representations by class levels?*
- *How are the students' performance problems?*

*It is expected that this study will provide detailed information about these students' problem solving and building skills, as well as about their international performance, using the same data collection tool and through comparison with another study where the performance of Singaporean students (Cai, 2003) are assessed.*

**Method:** *This study examined the 4th, 5th, and 6th grade students' mathematical thinking processes in problem posing and solving based on a scanning model. The sample of the study consists of 5 students from selected schools in a metropolitan city in the south of Turkey. 150 students from each grade level participated in the study. Schools were selected on a voluntary basis where A and B represent a good level, C and D the moderate level, and E below the moderate level. The purpose was to get an overall picture of the city center where the research was done. The data collection tool contains a total of 3 questions, two of which are related to problem solving and one to problem posing. The data collection tool was implemented in each school by the class's own mathematics teacher in maths class. The framework used in Cai's (2003) study was used to analyze the data obtained from the study. In this framework, the problem solving questions were analyzed in terms of the correctness of the answer, the solution strategy and the solution representation.*

**Findings:** *27% of the students in the 4th grade answered the hat question correctly, while the percentages were 31% in the 5th and 55% in the 6th grades. 11% of the 4th grade, 17% of the 5th grade and 41% of the 6th grade correctly used the average formula; it is striking how many 6th grade students correctly used the average formula. The number of those who were not clear on the strategy were from higher grades. 6% of the 4th grade, 5% of the 5th grade and 10% of the 6th grade answers contained verbal representation. Visual representation was seen in none of the 3 different grade levels. The most commonly used type of representation is the mathematical representation that increases as the class level increases.*

*9% of students in the 4th grade answered the pizza ratio question correctly, 23% in the 5th grade and 36% in the 6th grade. As a solution strategy, no 4th grade pupil wrote in fractional form and equaled denominators or converted numbers into decimals. Pizza ratio problems are where the most verbal explanations are found. Pupils who made drawings to offer a visual explanation were mostly at the 5th grade level. There is scarcely any pupils who solved the problem without representation. Pupils from the 5th grade were the ones who resorted to visual representations such as schemas or models the most.*

*From the given figures, 46% of the participants posed mathematical problems and 38% non-mathematical problems when asked to pose a simple problem. 16% of them did not provide any answers. Among problems with a narrow scope, the most common one was the problem type containing points in a figure. As regards non-mathematical or unrelated problems, they were mostly seen among 4th grade pupils (43%).*

It was seen that 29% of median problems had a wide scope and 26% of them had a narrow scope. Regarding the mathematical problems with a narrow scope, while no 4th and 5th grade pupils compared the points in the figures, only 2% of 6th grade pupils did so. The relevant figure or model drawings on the other hand were not seen at the 3rd grade level.

For the analysis of difficult problems, most of the students wrote non-mathematical or irrelevant problems. 27% of the problems were found to be mathematical problems with a large scope, and 20% were mathematical problems with a narrow scope. Students who wrote at least 2 mathematical problems were included in this analysis and the analysis criteria were explained in detail in the method section. The percentages of those from grade 3 level who were not included in the analysis are quite high, as shown in Table 14. 18% of 4th grade, 28% of 5th grade and 23% of 6th grade pupils increased the difficulty levels of the questions, being easy-to-medium and difficult.

**Discussion:** When the results of the study are evaluated in general, it can be said that the vast majority of the 4th, 5th and 6th grade pupils are not sufficient in problem solving and determining problem solving strategies correctly. It becomes even more striking when the findings are compared with the Singapore sample in Cai's study (2003). Considering solution strategies increase students' problem solving skills (Follmer, 2000), it is necessary that the teaching methods should make an effort in this direction.

When the representations used for problem solving were examined, it was seen that the students did not use verbal and visual representations adequately. According to the findings of investigators, the use of different representations in problem solving and the transitions between these representations are seen as an important indicator of conceptual understanding. (Harries & Barmby, 2006; Kaput, 1992; Krawec, 2014).

According to the findings obtained from the study, it is seen that the students' problem posing skills are not at the desired level. Bozkurt (2012) revealed in a study that about one third of the teachers never asked students to prepare questions after covering a topic. However, the curriculum underlines that the problem solving skills of students should be developed (MEB, 2005). When teachers ask pupils to prepare questions after covering a topic, they are literally giving them a new role, and that method ensures reflective learning (Tok, 2008).